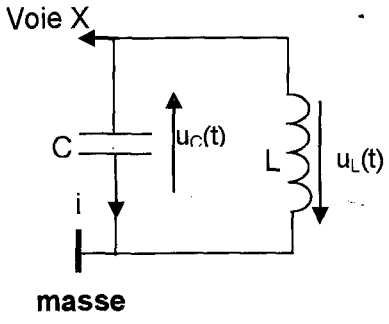
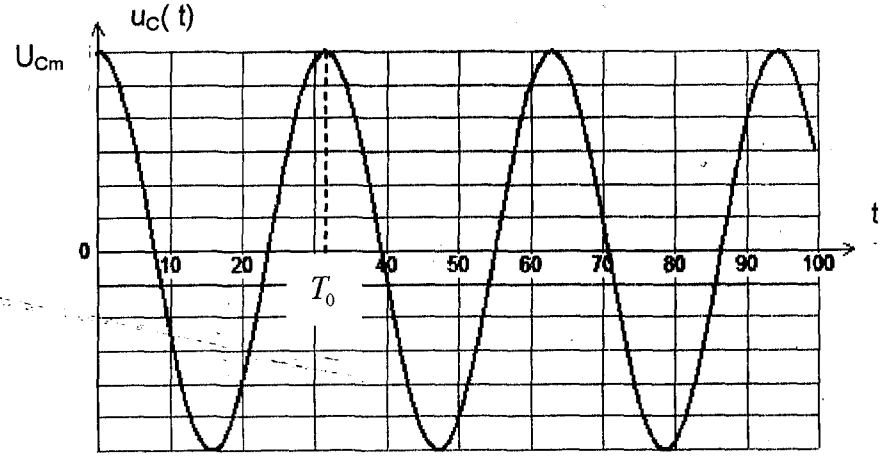
B- LES OSCILLATIONS ELECTRIQUES LIBRES NON AMORTIES :

* On ferme à t=0 un condensateur de capacité C initialement chargé sur une bobine purement inductive d'inductance L et on visualise la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur.





* L'équation différentielle régissant l'évolution d'un circuit LC série en régime libre en fonction de $u_c(t)$.

La loi des mailles : $u_L(t) + u_C(t) = 0$ alors $L\frac{di(t)}{dt} + u_C(t) = 0$ or $i = C\frac{du_C(t)}{dt}$ alors $LC\frac{d^2u_C(t)}{dt^2} + u_C(t) = 0$

d'où $\frac{d^2u_C(t)}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_C(t) = 0$.

Cette équation différentielle admet comme solution: $u_c(t) = U_{Cm} \sin(\omega_0 t + \varphi_{u_c})$ avec

U_{Cm} : amplitude de $u_C(t)$ et s'exprime en V.

ω_0 : pulsation propre de l'oscillateur LC exprimée par la relation $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = 2\pi N_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ ($rad.s^{-1}$).

T_0 : période propre des oscillations : $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ et N_0 :fréquence propre des oscillations : $N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$.

φ_{u_c} : phase initiale de $u_C(t)$ (rad).

* q(t) : charge instantanée du condensateur : $q(t) = C\,u_C(t) = C\,U_{Cm} \sin(\omega_0 t + \varphi_{u_c}) = Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi_q)$

avec $Q_m = C\,U_{Cm}$ et $\varphi_{u_c} = \varphi_q$ alors le déphasage de q(t) par rapport à $u_C(t)$ est $\Delta\varphi = \varphi_{u_c} - \varphi_q = 0$ d'où q(t) et $u_C(t)$ sont en phase (elles prennent leurs valeurs maximales au même temps).

* i(t) : intensité du courant électrique instantanée : $i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = Q_m\,\omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_q)$ alors

$i(t) = Q_m\,\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_q + \frac{\pi}{2}) = I_m \sin(\omega_0 t + \varphi_i)$ avec $I_m = Q_m\,\omega_0$ et $\varphi_i = \varphi_q + \frac{\pi}{2}$ alors le déphasage de

i(t) par rapport à q(t) est $\Delta\varphi = \varphi_i - \varphi_q = \frac{\pi}{2}$ rad d'où i(t) est en quadrature avance de phase par rapport à q(t) et à $u_c(t)$ (i(t) prend sa valeur maximale la première et que lorsque l'une prend sa valeur max ou min l'autre s'annule).